

C U P R I N S

Prefață la ediția a treia	7
---------------------------------	---

Partea întâi

Elemente de algebră liniară și optimizare liniară	9
--	----------

1. Noțiuni de algebră liniară	11
1.1. Noțiuni (recapitulative) de calcul matriceal	13
1.1.1. Definiții și notații	13
1.1.2. Egalitatea matricelor	14
1.1.3. Adunarea și scăderea matricelor	15
1.1.4. Înmulțirea unei matrice cu un număr (scalar)	15
1.1.5. Înmulțirea (sau produsul) a două matrice	16
1.1.6. Transpunerea unei matrice	16
1.1.7. Partiționarea matricelor	17
1.1.8. Determinant asociat unei matrice pătrate	17
1.1.9. Inversa unei matrice	19
1.1.10. Rangul unei matrice	19
1.1.11. Transformări elementare de matrice	20
1.1.12. Inversare prin partiționare	22
1.1.13. Aplicații propuse	24
1.2. Sisteme de ecuații liniare	27
1.2.1. Generalități	27
1.2.2. Rezolvarea sistemelor neomogene	28
1.2.3. Rezolvarea sistemelor omogene	33
1.2.4. Rezolvare parțială prin partiționare	34
1.2.5. Aplicații propuse	35
1.3. Sisteme de inecuații liniare	37
1.3.1. Generalități	37
1.3.2. Rezolvare algebrică	38
1.3.3. Rezolvare grafică	39
1.3.4. Aplicații propuse	40
1.4. Spațiul vectorial (liniar) \mathbb{R}^n	41
1.4.1. Definiții generale	41
1.4.2. Spațiul vectorial \mathbb{R}^n	42
1.4.3. Dependența și independența liniară în \mathbb{R}^n	43
1.4.4. Bază a spațiului vectorial (liniar) \mathbb{R}^n	45
1.4.5. Soluții de bază ale unui sistem de ecuații liniare	47
1.4.6. Subspații liniare (vectoriale) în \mathbb{R}^n	49

1.4.7. Calculul inversei unei matrice obținute prin schimbarea unei coloane sau linii a matricei A folosind inversa ei A^{-1}	50
1.4.8. Aplicații propuse	52
1.5. Spațiul euclidian real \mathbb{R}^n	54
1.5.1. Produs scalar	54
1.5.2. Vectori ortogonali	55
1.5.3. Norma	56
1.5.4. Distanța	58
1.5.5. Aplicații propuse	58
1.6. Varietăți liniare în \mathbb{R}^n	61
1.6.1. Dreaptă și semiplan în spațiul \mathbb{R}^2	61
1.6.2. Plan, dreaptă și semispațiu în spațiul \mathbb{R}^3	61
1.6.3. Hiperplan, semispațiu, tronson și poliedru în \mathbb{R}^n	62
1.6.4. Aplicații propuse	63
1.7. Funcționale liniare și funcționale pătratice	63
1.7.1. Funcționale liniare	63
1.7.2. Vectori și valori proprii ale unei matrice	66
1.7.3. Funcționale pătratice	67
1.7.4. Aplicații propuse	72
1.8. Mulțimi și funcții convexe în \mathbb{R}^n	74
1.8.1. Mulțimi convexe	74
1.8.2. Funcții convexe	77
1.8.3. Aplicații propuse	81
2. Elemente de optimizare liniară în variabile continue	83
2.1. Definiții și terminologie	85
2.2. Probleme economice care conduc la modele de optimizare liniară	87
2.2.1. Folosirea eficientă a resurselor limitate	87
2.2.2. Alocare optimă de fonduri bănești	89
2.2.3. Probleme de nutriție	90
2.2.4. Modele de tip transport	91
2.3. Forme de prezentare a unei probleme de programare liniară (PPL)	92
2.3.1. Forma generală	92
2.3.2. Forma standard	93
2.3.3. Forma canonică	94
2.4. Trecerea de la o formă de prezentare la alta	95
2.4.1. Trecerea de la forma generală la forma standard	95
2.4.2. Trecerea de la forma canonică la forma standard	96
2.4.3. Trecerea de la forma generală la forma canonică	96
2.4.4. Aplicații propuse	97
2.5. Soluțiile unei probleme de programare liniară (PPL)	98
2.5.1. Soluții posibile	98
2.5.2. Soluții de bază	99
2.5.3. Soluții optime	103

2.6. Rezolvarea unei probleme de programare liniară	106
2.6.1. Metoda grafică.....	106
2.6.2. Metoda algebrică	108
2.6.3. Algoritmul simplex.....	110
2.6.4. Aplicații propuse	143
2.7. Dualitate în programarea liniară.....	149
2.7.1. Definiții și proprietăți	149
2.7.2. Teoreme ale dualității	154
2.7.3. Soluționarea cuplului de probleme duale	157
2.7.4. Aplicații propuse	162
2.8. Algoritmul simplex dual	163
2.8.1. Definiții	163
2.8.2. Probleme cu soluții dual posibile de bază	164
2.8.3. Probleme fără soluții dual posibile de bază	166
2.8.4. Aplicații propuse	170
2.9. Reoptimizare în programarea liniară.....	172
2.9.1. Formularea problemei reoptimizării.....	172
2.9.2. Modificarea termenului liber.....	173
2.9.3. Modificarea coeficienților funcției obiectiv	175
2.9.4. Modificarea unei coloane a matricei restricțiilor.....	176
2.9.5. Modificarea unei linii a matricei restricțiilor.....	180
2.9.6. Adăugarea unor variabile noi	182
2.9.7. Adăugarea unor noi restricții	184
2.9.8. Modificarea mai multor elemente ale problemei.....	187
2.9.9. Utilitate practică	189
2.9.10. Aplicații propuse	189
2.10. Programare liniară parametrică.....	191
2.10.1. Formularea problemei parametrizării	191
2.10.2. Dependența liniară de un parametru a termenului liber	192
2.10.3. Dependența liniară de doi parametri a termenului liber	195
2.10.4. Dependența neliniară de un parametru a termenului liber.....	197
2.10.5. Dependența liniară de un parametru a funcției obiectiv	198
2.10.6. Comentarii și utilitate practică.....	200
2.10.7. Aplicații propuse	201
2.11. Modele liniare de tip transport.....	203
2.11.1. Formularea problemei	203
2.11.2. Rezolvarea problemelor echilibrate de minimizare.....	206
2.11.3. Degenerarea soluțiilor	216
2.11.4. Rezolvarea problemelor echilibrate de maximizare	219
2.11.5. Rezolvarea problemelor neechilibrate.....	222
2.11.6. Modele liniare de tip transport speciale.....	225
2.11.7. Aplicații propuse	234

3. Elemente de optimizare liniară în numere întregi	237
3.1. Generalități.....	239
3.1.1. Formularea problemei	239
3.1.2. Un exemplu numeric	241
3.2. Metodele lui Gomory pentru rezolvarea unei PPLNI	244
3.2.1. Ideea lui Dantzig	244
3.2.2. Algoritmul lui Gomory pentru soluționarea unei PPLNI.....	245
3.2.3. Algoritmul lui Gomory pentru soluționarea unei PPLNI.....	258
3.2.4. Un algoritm al lui Gomory pentru o clasă particulară de PPLNI.....	272
3.2.5. Dificultăți legate de metodele lui Gomory	280
3.3. Alte metode de rezolvare a PPLNI	280
3.3.1. Precizări.....	280
3.3.2. Algoritmul Dantzig - Manne	281
3.3.3. Metoda secvențială a lui Bellman	282
3.3.4. Metode de enumerare și evaluare a soluțiilor.....	295
3.4. Unele comentarii	301
3.5. Aplicații propuse	303

Partea a doua

Elemente de analiză matematică și optimizare neliniară 309

4. Noțiuni de analiză matematică	311
4.1. Serii de numere	313
4.1.1. Definiții și proprietăți generale.....	313
4.1.2. Serii cu termeni oarecare	316
4.1.3. Serii alternate.....	317
4.1.4. Serii cu termeni pozitivi	318
4.1.5. Aplicații propuse	325
4.2. Serii de funcții. Serii de puteri	328
4.2.1. Definiții și proprietăți generale.....	328
4.2.2. Serii de puteri	335
4.2.3. Serii Taylor.....	340
4.2.4. Dezvoltări în serie	341
4.2.5. Aplicații propuse	343
4.3. Integrale generalizate sau improprii.....	346
4.3.1. Formularea problemei	346
4.3.2. Integrale cu limite de integrare infinite	346
4.3.3. Integrale din funcții nemărginite	348
4.3.4. Integrale euleriene	351
4.3.5. Aplicații propuse	354
4.4. Funcții de mai multe variabile.....	355
4.4.1. Noțiuni introductive	355
4.4.2. Funcții definite pe mulțimi din \mathbb{R}^n	361

4.4.3. Limite. Continuitate.....	364
4.4.4. Derivate parțiale. Diferențiale	367
4.4.5. Formula lui Taylor	380
4.4.6. Extreme libere sau necondiționate.....	383
4.4.7. Diferențiale și derivate parțiale ale funcțiilor compuse.....	390
4.4.8. Funcții omogene.....	392
4.4.9. Funcții implicite	394
4.4.10. Extreme cu legături sau condiționate	402
4.4.11. Aplicații propuse	412
4.5. Noțiuni despre integrala dublă	423
4.5.1. Definiție și criterii de integrabilitate.....	423
4.5.2. Proprietăți ale integralei duble	425
4.5.3. Calculul integralei duble	426
4.5.4. Schimbarea de variabile în integrale duble	430
4.5.5. Aplicații propuse	431
4.6. Noțiuni despre ecuații diferențiale de ordinul întâi.....	433
4.6.1. Generalități	433
4.6.2. Ecuații cu variabile separabile.....	435
4.6.3. Ecuații omogene.....	435
4.6.4. Ecuații liniare	436
4.6.5. Ecuații de tip Bernoulli.....	437
4.6.6. O problemă privind capitalul acumulat	438
4.6.7. Aplicații propuse	439
5. Elemente de optimizare neliniară	441
5.1. Formularea problemei	443
5.2. Funcții convexe și funcții concave. Completări.....	445
5.3. Optimizare.....	448
5.3.1. Optimizare fără condiții.....	448
5.3.2. Optimizare cu condiții. Teorema Kuhn-Tucker	450
5.3.3. Aplicații propuse	460
5.4. Optimizare în ajustări și previziune	461
5.4.1. Formularea problemei	461
5.4.2. Metoda celor mai mici pătrate.....	462
5.4.3. Aplicații propuse	466
5.5. Optimizare în gestiunea stocurilor și a fondurilor bănești	467
5.5.1. Formularea problemei	467
5.5.2. Model de gestiune cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și fără ruptură de stoc	468
5.5.3. Model de gestiune cu cerere constantă, perioadă constantă de reprovizionare și ruptură de stoc	470
5.5.4. Aplicații în gestiunea lichidităților bănești.....	472
5.5.5. Aplicații propuse	473

5.6. Repartizare optim-utilă a fondurilor.....	474
5.6.1. Utilitate globală.....	474
5.6.2. Repartizare optim-utilă.....	477
5.6.3. Aplicații propuse.....	478
5.7. Conexiuni optime în modelele de tip funcții de producție.....	479
5.7.1. Funcții de producție.....	479
5.7.2. Conexiuni optime.....	481
5.7.3. Aplicații propuse.....	482

Partea a treia

Elemente de calculul probabilităților, statistică matematică

și optimizare stochastică	483
6. Noțiuni de calculul probabilităților	485
6.1. Câmp finit de evenimente	487
6.1.1. Evenimente.....	487
6.1.2. Operații cu evenimente.....	488
6.1.3. Câmp de evenimente	491
6.1.4. Aplicații propuse	493
6.2. Câmp de probabilitate	497
6.2.1. Definiția clasică a probabilității.....	497
6.2.2. Definiția axiomatică a probabilității.....	498
6.2.3. Proprietăți ale probabilității.....	499
6.2.4. Probabilitate condiționată. Independența probabilistă	501
6.2.5. Formule de adunare și formule de înmulțire ale probabilităților.....	504
6.2.6. Inegalitatea lui Boole.....	506
6.2.7. Formula probabilității totale și formula lui Bayes.....	507
6.2.8. Scheme de calcul al probabilităților	509
6.2.9. Aplicații propuse	515
6.3. Variabile aleatoare	524
6.3.1. Definiții, notații și proprietăți.....	524
6.3.2. Operații cu variabile aleatoare discrete	528
6.3.3. Funcția de repartiție.....	533
6.3.4. Densitate de repartiție.....	536
6.3.5. Aplicații propuse	540
6.4. Valoare medie, dispersie, momente	547
6.4.1. Valoarea medie.....	547
6.4.2. Dispersie. Abatere medie pătratică. Momente.....	552
6.4.3. Inegalitatea lui Cebîșev	556
6.4.4. Mediană, cuantile, modă, asimetrie și exces	557
6.4.5. Aplicații propuse	559
6.5. Corelație și regresie.....	565
6.5.1. Variabile aleatoare bidimensionale. Vectori aleatori	565

6.5.2. Corelație sau covarianță	570
6.5.3. Coeficient de corelație. Matrice de corelație	571
6.5.4. Variabile aleatoare condiționate	580
6.5.5. Valori medii condiționate. Rapoarte de corelație	584
6.5.6. Funcții de regresie. Dreapta de regresie	591
6.5.7. Aplicații propuse	594
6.6. Funcția caracteristică. Funcția generatoare de momente	606
6.6.1. Funcția caracteristică	606
6.6.2. Funcția generatoare de momente	610
6.6.3. Aplicații propuse	612
6.7. Repartiții clasice	613
6.7.1. Repartiții discrete unidimensionale	613
6.7.2. Repartiții continue unidimensionale	619
6.7.3. Repartiția normală bidimensională	648
6.7.4. Aplicații propuse	650
6.8. Legea numerelor mari	651
6.8.1. Formularea problemei	651
6.8.2. Tipuri de convergență pentru șiruri de variabile aleatoare	652
6.8.3. Teoreme ale legii numerelor mari	654
6.8.4. Aplicații propuse	661
6.9. Repartiții și teoreme limită	663
6.9.1. Formularea problemei	663
6.9.2. Teoreme limită	663
6.9.3. Aplicații propuse	667
6.10. Noțiuni despre procese aleatoare de tip Markov	668
6.10.1. Definiții și notații generale	668
6.10.2. Procese Markov. Considerații generale	675
6.10.3. Lanțuri Markov cu mulțimea stărilor discretă	678
6.10.4. Procese Poisson	690
6.10.5. Procese de naștere și de moarte	700
7. Noțiuni de statistică matematică	709
7.1. Selecție	711
7.1.1. Considerații generale	711
7.1.2. Prezentări și prelucrări ale observațiilor	712
7.1.3. Fundamente teoretice	722
7.1.4. Aplicații propuse	734
7.2. Estimații	736
7.2.1. Formularea problemei estimației	736
7.2.2. Tipuri de estimatori și de estimații	738
7.2.3. Estimare punctuală	746
7.2.4. Estimare prin intervale de încredere	753
7.2.5. Aplicații propuse	761

7.3	Ipoteze statistice.....	764
7.3.1.	Noțiuni generale.....	764
7.3.2.	Modalitatea de verificare a ipotezelor. Regiune critică.....	765
7.3.3.	Erori și riscuri.....	766
7.3.4.	Puterea unui test. Cel mai puternic test.....	767
7.3.5.	Ipoteze asupra parametrilor repartiției normale.....	772
7.3.6.	Aplicații propuse.....	778
8.	Elemente de optimizare în condiții probabiliste.....	781
8.1.	Generalități.....	783
8.2.	Gestiune optimă de stocuri sau de fonduri bănești.....	784
8.2.1.	Formularea problemei.....	784
8.2.2.	Model cu cerere aleatoare, cost unitar de penalizare pentru suprastocare, cost unitar de penalizare pentru penurie (substocare) și cost de stocare neglijabil.....	785
8.2.3.	Model cu cerere aleatoare, cost unitar de stocare și cost unitar de penalizare pentru penurie.....	791
8.2.4.	Aplicații în gestiunea lichidităților bănești.....	796
8.3.	Finanțări optime cu costuri și beneficii aleatoare.....	798
8.3.1.	Formularea problemei.....	798
8.3.2.	Criterii de evaluare a finanțărilor optime.....	803
8.3.3.	Portofolii riscate MD - eficiente.....	809
8.4.	Legi de repartiție entropic optimale.....	816
8.4.1.	Formularea problemei.....	816
8.4.2.	Măsuri ale cantității de informație.....	817
8.4.3.	Principiul informației maxime.....	819
8.4.4.	Repartiții optime.....	820
8.4.5.	Aplicații în gestiunea financiară.....	823
8.5.	Diversitate și diversificare optimă.....	824
8.5.1.	Formularea problemei.....	824
8.5.2.	Măsuri ale diversității.....	824
8.5.3.	Principiul diversificării optime.....	831
8.5.4.	Diversificări optime.....	832
8.6.	Aplicații propuse.....	836
	Bibliografie.....	843